نصائح هامة من القلب إلى القلب

لطلابنا جيل – ٢٠٠٨

❖ أولاً ،،، وقبل كل شيء ....

الدعاء اليومي قبل بدء الدراسة لمدة ١٠ دقائق ستفتح لك أبواب السماء

❖ ثانيًا ،،،

تذكر والديك ، كم بذلوا لتصل إلى هذه المرحلة وكم هم متشوقون لنجاحك وتميزك ...

فليكن هذا وقودك وطاقتك !

❖ ثالثًا ،،،

نجاحك وتميزك واستمرارك على طريق العلم يجعل لك سهمًا في رفعة أمّتك

❖ رابعًا ،،،

الخطة الجيدة والاستمرار والصبر والمثابرة

المراجعة المتكررة ، الاختبارات المستمرة هي طريق النجاح

فهرس مواضيع مادة التأسيس

الأعداد الحقيقية

خط الأعداد

$-\infty$ ⟵——— $\cdot$ ———⟶ $+\infty$

جميع الأعداد التي تقع على خط الأعداد

الذي لا يقع على خط الأعداد (غير حقيقي)

مثال : ($\sqrt{-١}$ ، $\sqrt[٤]{-٢٣}$)

حيث أنه لا يوجد **جذور زوجية** للأعداد السالبة

عمليات على الأعداد الحقيقية

أيهما أسهل

جمع ، طرح	ضرب ،
قسمة	

$-٥ \times ٢,٥$

$٣ + ٩ =$

$-٤٠ + -٨ =$

$-٥ - ١ =$

$-٧ + ٢ =$

$-٣ + ٩ =$

$٥ - ١١ =$

تشابه الاشارة $\Leftarrow$ +

اختلاف الاشارة $\Leftarrow$ -

- **تشابه الاشارة : نجمع ونحافظ على الاشارة**
- **اختلاف الاشارة : نطرح ونأخذ اشارة الأكبر**

مُلاحظة لطيفة

البند	الجمع والطرح	الضرب والقسمة
الأسس	$(٣ \pm ٥)^{٢}$ لا يجوز توزيع الأسس على الجمع والطرح $(٥ + ٣)^{٢} \neq ٥^{٢} + ٣^{٢}$ $(٥ - ٣)^{٢} \neq ٥^{٢} - ٣^{٢}$	$(٣ \times ٥)^{٢}$ يجوز توزيع الأسس على الضرب والقسمة $(٥ + ٣)^{٢} = ٥^{٢} \times ٣^{٢}$ $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٥^{٢}}{٢^{٢}}$
فك الجذر	$\sqrt{٥ + ٤}$ لا يجوز توزيع الجذر على الجمع والطرح $\sqrt{٥ + ٤} \neq \sqrt{٥} + \sqrt{٤}$ $\sqrt{٥ - ٤} \neq \sqrt{٥} - \sqrt{٤}$ وكذلك لا يجوز العكس $\sqrt{٥} - \sqrt{٤} \neq \sqrt{٥ - ٤}$ $\sqrt{٥} + \sqrt{٤} \neq \sqrt{٥ + ٤}$	$\sqrt{٢٥ \times ٤}$ يجوز توزيع الجذر على الضرب والقسمة $\sqrt{٢٥ \times ٤} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٤}$ $\sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٤}}$ وكذلك يجوز العكس $\sqrt{٢٣} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٢٣ \times ٢}$ $\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٢}} = \sqrt{\frac{٩}{٢}}$

البند	الجمع والطرح	الضرب والقسمة
تجميع الكسور	$٥ \pm \frac{١}{٢}$ يلزم توحيد المقامات ثم اجراء عملية الجمع أو الطرح ١) $\frac{٥}{١} + \frac{١}{٢}$ $\frac{١٠}{٢} + \frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢}$ ٢) $\frac{٥}{١} - \frac{١}{٢}$ $\frac{١٠}{٢} - \frac{١}{٢} = \frac{٩}{٢}$ ٣) $\frac{٥}{٢} + \frac{٢}{٧} =$ ؟؟؟	١) $٥ \times \frac{١}{٢}$ مباشرة نقوم بضرب $\frac{\text{بسط} \times \text{بسط}}{\text{مقام} \times \text{مقام}}$ $\frac{٥}{١} \times \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$ ٢) $\frac{٥}{٢} \times \frac{٢}{٧}$ $= \frac{٥ \times ٢}{٣ \times ٧} = \frac{١٠}{٢١}$
تجزئة الكسور	$\frac{٥ + ٣}{٢ - ٦}$ لا يمكن سحب أي رقم خارج الكسر	$\frac{٥ \times ٣}{٢ \times ٦}$ تستطيع سحب أي حد بدون شروط إلا المحافظة على الموقع $٥ \; \frac{٣}{٢ \times ٦}$ $\frac{١}{٢} \; \frac{٥ \times ٣}{٦}$

(على الهامش)

✓ مهارات بسيطة مفيدة لطالب العلمي

١) جمع / طرح العدد (١) من الكسر والعكس

$\frac{٦}{١٠} - ١ =$

$\frac{٦}{١٠} + ١ =$

$١ - \frac{٦}{١٠} =$

$١ + \frac{٦}{١٠} =$

٢) تحويل الأعداد العشرية التي تحتوي (٠,٥) الى كسر

٧,٥ =

٥,٥ =

٣,٥ =

٦,٥ =

٢,٥ =

حلول المعادلات

- المعادلة : عبارة رياضية تحتوي (اشارة (=) ، متغيرات ، ثوابت)
- الهدف من المعادلة : ايجاد قيمة المجهول

كيف أعرف أنني وصلت للحل | ثابت = المتغير |

س= ٣

ص = ٤

عدد ثابت : أ ، و = ٣أ

جد قيمة (و) بدلالة الثابت أ

١) حلول المعادلات (بتغير واحد)

- خطية بمتغير واحد
- تربيعية بمتغير واحد
- تكعيبية
- درجة $\geq$ ٣
- معادلات القيمة المطلقة

٢) حلول أنظمة المعادلات

- خطية بمتغيرين
- خطية وتربيعية (بمتغيرين)
- معادلتين تربيعية

٣) حلول المعادلة الأسيّة

الخطية بمتغير واحد

✓ **المعادلات الخطية بمتغير واحد (مهم جدًا وبسيط جدًا)**

أ س + ب = صفر

قوة المتغير (١) ، أ $\neq$ ٠

مثال على المعادلة الخطية

١. ٥س + ٣ = ٠
ثابت : ٣ معامل : ٥

٢. ٣س -٤ = ٧

٣. س = ٠

٤. $\frac{١}{٤} - \frac{٩س}{٥} = ٠$

- **كيف نحل المعادلة الخطية ؟؟**

الجواب : بعكس العملية ونبدأ بالثابت

حل المعادلات الآتية

(توحيد المقامات ، التخلص من المقام)

أ) $\frac{٥س}{٣} + ٢ = ٤$

ب) $\frac{٧س}{٩} - ٣ = ٨$

ج) ١ – ٢س = ٣

د) ٧س – ٥ = -٣س + ٢٥

هـ) ٣ (س – ٢) = ٧ + س

و) $\frac{٧س}{٣} - ١ = \frac{١١س}{٦} + ٢$

كل المعادلات غير الخطية نستخدم (تحليل ، جذور) لحلّها

المعادلات التربيعية

✓ تعتمد بشكل أساسي على خاصية الضرب الصفري

(أ) (ب) = ٠

أ = ٠ ب = ٠

✓ الصيغة العامة

أس^{٢} + ب س + ج = ٠

ب , ج = ٠ (ممكن)

أ ≠ ٠

طريقة حل (١) : العامل المشترك الأكبر

تستخدم هذه الطريقة عند وجود المتغير في جميع الحدود .

ما هو العامل المشترك الأكبر : قسمة المقدار على حد لاستخراجه

حل المعادلات الآتية

١) س^{٢} = -٥س

٢) ٨س = -١٢س

٣) س^{٢} – ٣س = ٠

٤) ٧س^{٢} = ١١س

٥) -٦س – ٨س^{٢} = ٠

طريقة بدأنا بها لتكرارها في جميع أنواع التحليل

طريقة حل (٢) : الصورة القياسية (ثلاثي الحدود)

أس^{٢} + ب س+ ج = ٠

حالة (١) ...... أ = ١

حل المعادلات الآتية

ج > ٠

١) س^{٢} + ٦س + ٨ = ٠

٢) س^{٢} – ٨س + ١٢ = ٠

٣) س^{٢} + ٥س = -٦

٤) س^{٢} – ٩س + ٨ = ٠

ج < ٠

٥) س^{٢} – ٤س – ٢١ = ٠

٦) س^{٢} – ٣س – ١٠ = ٠

٧) س٢ – ٨س – ٩ = ٠

حالات خاصة

٨) س^{٦} – ٣س^{٣} – ٤٠ = ٠

٩) س^{٤} – ٣س^{٢} + ٢ = ٠

١٠) س^{٣} – ٨س^{٢} + ٩س = ٠

حالة (٢) ...... أ > ١

١) ٩س^{٢} + ٦س + ١ = ٠

٢) ٦س^{٢} + ٢٣س + ٧ = ٠

٣) ٢س^{٢} + ٧س + ٦ = ٠

٤) ٣س^{٢} – ١٤س = -٨

٥) ٢٠س^{٢} – ٨٠س + ٣٥ = ٠

٦) ٣س^{٢} – ٧س = ٦

٧) ٣س^{٢} – ٤س + ١ = ٠

٨) ٣٠س^{٢} – ٥س = ٥

طريقة حل (٣) : فرق بين مربعين (بسيط , مركب)

١) س^{٢} – ٤ = ٠

٢) س^{٢} = ٩

٣) س^{٤} – ١ = ٠

٤) ٨س^{٢} – ٥٠ = ٠

٥) ٤س^{٢} – ١ = ٠

٦) $\frac{س^{٢}}{٢} - \frac{١}{١٨} = ٠$

٧) ٣س^{٢} – ٢٧ = ٠

٨) (س + ٤)^{٢} = ٤٩

٩) (س + ١)^{٢} = ١٦

١٠) س^{٢} – ٢ = ٠

طريقة حل (٤) : القانون العام

- طريقة عامّة شاملة كل المعادلات التربيعية **بشرط (Δ ≥ ٠)**

Δ = ب^{٢} – ٤ أجـ **المميز : Δ**

- طريقة الاختبار

Δ

Δ < ٠	Δ > ٠	٠
لا يوجد حلول	حلّان	حل واحد

❖ أولاً : ارجاع المعادلة التربيعية الى الصورة القياسية

أس^{٢} – ب س + ج = ٠

ب ، ج = ٠	أ ≠ ٠	معامل س^{٢} : أ

تدريب إثرائي

اكتب المعادلات التالية على الصورة القياسية ثم جد (ج ، ب ، أ) .

١) $٣ - \frac{٥س}{٩} - \frac{٧س^٢}{٢} = ٠$

٢) $\frac{٩}{٢} - \frac{س}{٢} - \frac{س^٢}{\pi} = ٠$

القانون العام

$$\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أج}}{٢أ}$$

حل المعادلات الآتية إن أمكن باستخدام القانون العام :

١) $٧س^٢ - ٣س + ٩ = ٠$

٢) $٤س^٢ - ٥س = ١$

٣) $٣س^٢ - س - ٨ = ٠$

٤) $٣س^٢ - ٣س = ٥$

المعادلات التكعيبية

{ فرق ومجموع مكعبين }

١) $س^٣ - ٨ = ٠$

٢) $س^٣ + ١ = ٠$

٣) $٨س^٣ - ٢٧ = ٠$

٤) $\frac{١}{٢}ص^٣ = \frac{١}{٤٨}$

٥) $س^٣ - ١٢٥ = ٠$

٦) $٢٧س^{٣} - ١٠٠٠ = ٠$

٧) $١٦س^{٤} = ٢٥٠س$

حلول أنظمة المعادلات

- **جبريًا** : ايجاد قيم المتغيرات (ص ، س) التي تحقق معادلتين أو اكثر في نفس الوقت
- **بيانيًا** : إيجاد نقاط التقاطع للمستقيمات والمنحنيات حيث أنها تمثل حلول النظام .

❖ **ملاحظة** : نستبعد غالبًا الحل بطريقة التمثيل البياني لعدم دقة الاجابات فيها واعتماد طريقة الحل الجبري (الحذف أو التعويض)

✎ **سؤال مقترح : كم عدد حلول المعادلة ؟؟**

ص = ٥س + ٣

الهدف من حل نظام المعادلات هو الوصول إلى معادلة واحدة بمتغير واحد ثم نقوم بحلّها بالطرق التي تعلمناها سابقًا

✎ **سؤال (١) : حل نظام المعادلات (كلاهما خطي)**

٣ص = ٦س + ١

ص – س - $\frac{١}{٣}$ = ٠

طريقة الحذف

(١) نرتب المعادلات بشكل رأسي مع مراعاة تطابق صورة المعادلات

أص = ب س + ج

ن ص = م س + ج

حيث (ج ، ن ، م ، ب ، أ) ثوابت

مثال على الترتيب

(٢) نساوي معامل أحد المتغيرات في كلا المعادلتين بالضرب والقسمة

٣ص = ٦س + ١

٣ x [ص = س + $\frac{١}{٣}$]

٣ص = ٦س + ١

٣ص = ٣س + ١

(٣) نجمع أو نطرح أيهما بحذف المتغير

٣ص = ٦س + ١

-٣ص = -٣س - ١

٣س = ٠

س = ٠

(٤) نعوض قيمة المجهول بأحد المعادلات (نختار أسهلها)

س = ٠   ص = س + $\frac{١}{٣}$

ص = ٠ + $\frac{١}{٣}$

ص = $\frac{١}{٣}$

- حل النظام (س = ٠) ، (ص = $\frac{١}{٣}$)
- حل النظام (٠ ، $\frac{١}{٣}$)

طريقة التعويض

(١) نجعل أحد المتغيرات (أو كلاهما) موضوعًا للقانون

٣ص = ٦س + ١

ص = س + $\frac{١}{٣}$

(٢) نعوض قيمة (ص) التي جعلناها موضوعًا للقانون في المعادلة الثانية

٣ (قيمة ص) = ٦س + ١

٣ (س + $\frac{١}{٣}$) = ٦س + ١

٣س + ١ = ٦س+ ١

٣س = ٠

س = ٠

(٣) نعوض قيمة المتغير في أحد المعادلات

ص= س + $\frac{١}{٣}$

ص= ٠ + $\frac{١}{٣}$ **ص = $\frac{١}{٣}$**

ملاحظة : عند تمثيل المعادلتين بيانيًا تكون نقطة تقاطع المستقيمات كذلك عند النقطة (٠ ، $\frac{١}{٣}$)

✎ سؤال (٢) : حل نظام المعادلات

س – ص = ١

س^{٢} – ص^{٢} = ٥

❖ **ملاحظة** : عندما تكون أحد المعادلات خطية والأخرى تربيعية نعوّض الخطية في التربيعية

سؤال (٣) : حل نظام المعادلات

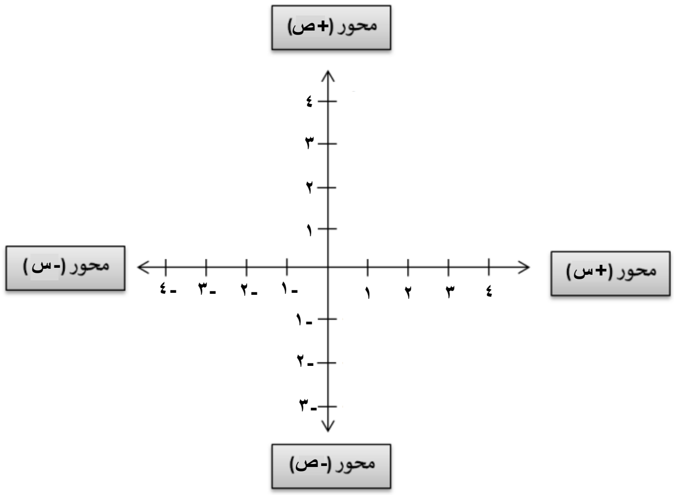
ص= س^{٢} + ٤س – ٣

ص= -س^{٢} + ٢س – ٣

❖ **ملاحظة** : عندما تكون كلا المعادلتين تربيعية فإننا نستخدم الحذف أو التعويض أيهما أسهل

المستوى الاحداثي والتمثيل البياني

أولًا : ما هو المستوى الاحداثي / الديكارتي / البياني ؟؟



محور س

- يدل على الموقع
- يستخدم لقراءة المجال
- مسطرة (س)
- مستوى أفقي

محور ص

- يدل على الارتفاع
- يستخدم لقراءة المدى
- مسطرة (ص)
- مستوى رأسي

كيف نمثل النقاط الإحداثية عليه ؟

(٣ ، ٢)   (٠ ، ٠)   (٤ ، -٣)

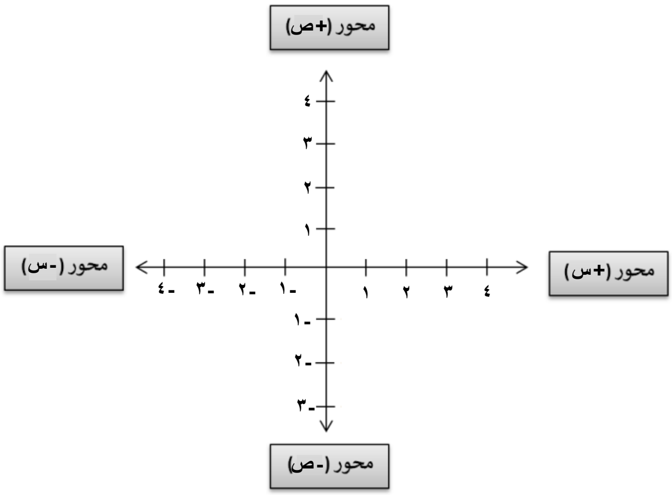
(-٢ ، ١)   (-١ ، -٢)

ماذا يعني المستقيم (س = أ) ؟؟

الجواب : اغرس عمود عند (س = أ)

مثال

مثّل بيانيًا   س = -٢   س = ١   س = ٠,٥

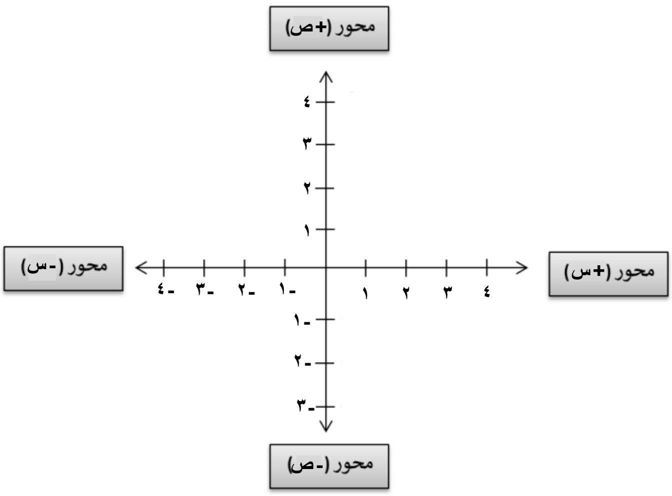


ماذا يعني المستقيم (ص = ب) ؟؟

الجواب : ارسم طابق عند (ص = ب)

مثال

مثّل بيانيًا   ص = -٢   ص = ٢,٥



تمثيل المستقيمات بيانيًا

مثل (المستقيم / المعادلة) الآتية بيانيًا

ص + ٢س = ١

١) نجعل (ص) موضوعًا للقانون ونعوض قيمتين للمتغير (س)

ص - ٢س = ١

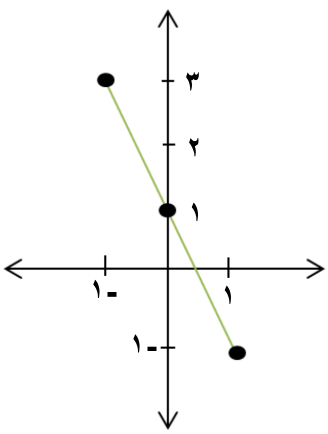
٢) نعوض قيم (س) في المعادلة لنجد الاحداثيات (س ، ص)

س = ١   س = ٠

ص = ١ – ٢ (-١) = ٣   **(-١ ، ٣)**

ص = ١ – ٢ (٠) = ١   **(٠ ، ١)**

٣) نحدد النقاط على المستوى البياني ونصل بينها بخط مستقيم



مفهوم

- يقطع (المنحنى / المستقيم) محور **س** ليصبح ارتفاعه عند تلك النقطة صفرًا **(ص = ٠)**
- يقطع (المنحنى / المستقيم) محور ص ليكون عند الموقع **(س = ٠)** بغض النظر عن الارتفاع

معلومة : (س = ٠) أو **(ص = ٠)** هي مفتاح لبداية الحل

مثال

جد مقطع (المنحنى / المستقيم) لمحور **(س)** ولمحور **(ص)** للمعادلات التالية :

١) ٥س + ٢ص = ٤

(، ٠) مقطع (ص) | **(٠ ،) مقطع (س)**

٢) ٣س^{٢} – ٢ص = ٤

(، ٠) مقطع (ص) | **(٠ ،) مقطع (س)**

٣) ص = س^{٢} – ٥س – ٦ = ٤

(، ٠) مقطع (ص) | **(٠ ،) مقطع (س)**

٤) س^{٢} – ص^{٢} = ٥

(، ٠) مقطع (ص) | **(٠ ،) مقطع (س)**

مفهوم

هل يمكنني كتابة معادلة مستقيم ؟؟

المستقيم قد يُمثَّل :

(مماس , عمودي , خط رأسي , خط أفقي قاطع , منصف عامودي , مستقيم)

(الصيغة العامة لمعادلة المستقيم)

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)

ماذا ينقص معادلة المستقيم حتى تتحقق ؟؟

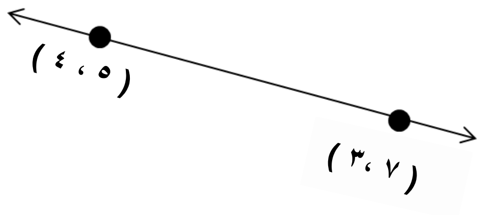
الجواب : أي نقطة (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) يمر بها المستقيم

م : ميل المستقيم والذي يحتاج نقطتين على المستقيم حتى نستطيع ايجاده

$$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

سؤال : جد ميل المستقيمات الآتية :

١)



٢) مستقيم يمر بنقطة الأصل وبالنقطة (٣ ، ٢)

٣) مستقيم يقطع محور (س) عند (٢) ويقطع محور (ص) عند (-٣)

٤) المستقيم س = ٣

٥) المستقيم ص = ٣

مثال

جد احداثيّات منتصف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$

حيث : أ (١،٣) ، ب (٧،٧)

تذكر : لإيجاد احداثيات منتصف قطعة مستقيمة

$$\left(\frac{\text{س}_1 + \text{س}_2}{٢} \text{ ، } \frac{\text{ص}_1 + \text{ص}_2}{٢} \right)$$

$$\left(\frac{٣+٧}{٢} \text{ ، } \frac{١+٧}{٢} \right)$$

(٤$_{(\text{س}_1)}$ ، ٥$_{(\text{ص}_1)}$)

اكتب معادلات المستقيمات في الفروع (١،٢،٣)

١) ص – ص$_1$ = م (س – س$_1$)

٢) ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)

٣) ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)

تذكر

استطيع الوصول إلى ميل مستقيم متعامد على مستقيم آخر (⊥) من خلال ميل المستقيم الأساسي

م ⊥ = $\frac{-١}{م}$

مثال

جد الميل العمودي (م ⊥) للمستقيمات التالية :

١) م $_{أب}$ = ٣   م ⊥ =

٢) م $_{وه}$ = $\frac{٣}{٢}$ م ⊥ =

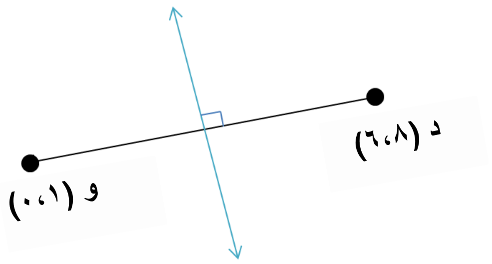
٣) م $_{زن}$ = -١   م ⊥ =

٤) م $_{وع}$ = $\frac{١}{-٣}$ م ⊥ =

تدريب

جد معادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة $\overline{\text{د و}}$ حيث د (٨،٦) ، و (١،٠)

الحل :



نحتاج :   ١) ميل   ١   ٢) نقطة

م $_{\overline{\text{د و}}}$ = $\frac{\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١}}{\text{س}_{٢} - \text{س}_{١}}$

م $_{\overline{\text{د و}}}$ =

م ⊥ =

(س$_{١}$ ، ص$_{١}$) = ($\frac{+}{٢}$ ، $\frac{+}{٢}$)

(،   )

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)

مهارات التفكير العليا

اذا كان الاقتران (ص= هـ $\text{س}^{٢}$ – ٣س) يقطع محور (س) عند النقاط $\text{ن}_{١}$ ، $\text{ن}_{٢}$ فجد :

١) احداثيات النقاط $\text{ن}_{١}$ ، $\text{ن}_{٢}$

٢) معادلة المماس عند النقاط $\text{ن}_{٢}$ ، $\text{ن}_{١}$

علمًا أن المعادلة التي تعطي ميل المماس عند أي نقطة على المنحنى هي :

م = ٢ هـ س - ٤

المعادلات الأسيّة

قواعد للتعامل مع الأسس

(حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠)

١) $\text{س}^{\text{أ}}\text{س}^{\text{ب}} = \text{س}^{\text{أ}+\text{ب}}$

٢) $\dfrac{\text{س}^{\text{أ}}}{\text{س}^{\text{ب}}} = \text{س}^{\text{أ}-\text{ب}}$

٣) توزيع وسحب القوة عند الضرب والقسمة

$(\text{س،ص})^{\text{ب}} = \text{س}^{\text{أ}}\,\text{ص}^{\text{أ}}$ $\left(\dfrac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ب}} = \dfrac{\text{س}^{\text{ب}}}{\text{ص}^{\text{ب}}}$

٤) الأس المرفوع لأس يضرب

$(\text{س}^{\text{أ}})^{\text{ب}} = \text{س}^{\text{أب}}$

٥) الأس السالب يُقلب

$\text{س}^{-\text{أ}} = \dfrac{١}{\text{س}^{\text{أ}}}$ ، $\dfrac{١}{\text{س}^{-\text{ب}}} = \text{س}^{\text{ب}}$

٦) الأس (صفر)

س ≠ ٠ , $\text{س}^{٠} = ١$

٧) الأس الكسر أصله جذر حيث **(المقام للجذر , البسط للمجذور)**

$\sqrt[\text{أ}]{\text{س}^{\text{ب}}} = \left(\sqrt[\text{أ}]{\text{س}}\right)^{\text{ب}} = \text{س}^{\frac{\text{ب}}{\text{أ}}}$

مسائل على قواعد وقوانين الأسس

سؤال : جد المقادير التالية بأبسط صورة

١) $٢٧^{\frac{١}{٣}}$

٢) $٤^{\frac{٣}{٢}}$

٣) $٨١^{\frac{-٥}{٤}}$

٤) $(-٨)^{\frac{٧}{٣}}$

٥) $ص^{\frac{-٥}{٢}} \times ص^{\frac{٣}{٢}}$

٦) $(س^{\frac{٤}{٣}})^{\frac{١}{٢}}$

٧) $\frac{ز^{\frac{١}{٨}}}{ز^{\frac{١}{٨}}}$

٨) $\frac{\sqrt[٥]{س^{٢}}}{\sqrt[٥]{س^{٣}}}$

٩) $\frac{(٥س^{٣})^{٢} \times ص^{\frac{٣}{٢}} \times ز}{١٥س^{\frac{١}{٢}} \times ص \times ز^{-٢}}$

حل المعادلات الأسية

الوصول الى صورة (القوة = القوة)

(الأساس = الأساس)

مثال

$س^{ص} = س^{٣}$

✓ بما أن الأساس = الأساس فإن القوة = القوة

$ص = ٣$

سؤال : حل المعادلات الأسيّة الآتية :

١) $٦٤ = (٣٢)^{٣-س}$

٢) $\left(\frac{١١}{\sqrt{١١}}\right)^{٣س+١} = (١١)^{س+٧}$

٣) $٦٤^{٧س+١} = \frac{٢}{١٦^{٤س-٣}}$

الاقترانات

(كثيرات الحدود ، الأسي ، اللوغاريتمي ، المتشعّب، اقتران الجذر ، الكسري)

النوع الأول : كثيرات الحدود .

$ق(س) = أس^{ن} + ب س^{ن-١} + ... + هـ س^{١} + ق$

أعداد الحقيقية = أ ، ب ، ... ، هـ ، ق

عدد صحيح غير سالب = ن

الدرجة الصفرية $ق(س) = ٥س^{٠}$

$ق(س) = ٥$

الدرجة الخطية $ق(س) = ٣س + ٢$

الدرجة التربيعية $ق(س) = ٦س^{٢} – ٣س – ١$

الدرجة التكعيبية ، الدرجة الرابعة ، ......

- مجال كثيرات الحدود : $س \in ح$

الأعداد الحقيقية : ح

- **المجال : المدخلات (قيم س)**
- **المدى : المخرجات (قيم ص)**

مفاهيم

(الصورة القياسية ، الدرجة ، المعامل الرئيس ، الحد الثابت)

- ✓ **الصورة القياسية** : ترتيب الاقتران من الدرجة الأكبر إلى الأقل
- ✓ **الدرجة** : أكبر قوة في الاقتران
- ✓ **المعامل الرئيس** : معامل المتغير صاحب القوة الأكبر
- ✓ **الحد الثابت** : معامل $\text{س}^{\cdot}$

سؤال :

$$\text{ق(س)} = -٧\text{س}^{٥} + ٣ - \frac{٣}{٢}\text{س}^{٧}$$

اكتب الاقتران بالصورة القياسية محددًا درجته والمعامل الرئيس والحد الثابت , ثم جد مجاله

الحل :

$$\text{ق(س)} = -\frac{٣}{٢}\text{س}^{٧} - ٧\text{س}^{٥} + ٣$$

الدرجة : ٧

المعامل الرئيس : $-\frac{٣}{٢}$

الحد الثابت = ٣

المجال : مجال كثيرات الحدود جميع الاعداد الحقيقية $(-\infty , +\infty)$

الاقتران الأسي : اقتران يتضمن أس متغير لأساس ثابت

مثال

$\text{ق(س)} = ٣^{\text{س}}$

$\text{ق(س)} = ٥\left(\frac{١}{٤}\right)^{\text{س}}$

$\text{ق(س)} = (٠{,}٦)^{\text{س}} + ١٠$

$\text{ق(س)} = \text{ب}^{\text{س}}$ ب > ١ ، ب ≠ ٠

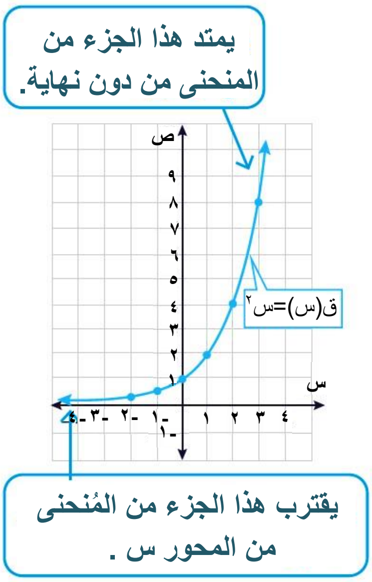
التمثيل البياني ب > ١ (متزايد)

$\text{ق(س)} = ٢^{\text{س}}$

المجال ح

المدى ص > ٠

صورة الاقتران



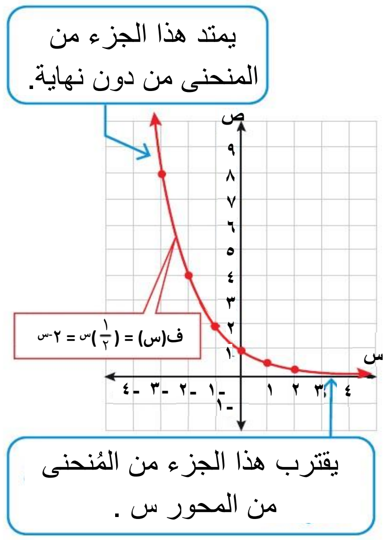
٠ < ب < ١ (متناقص)

ق(س) = $(\frac{١}{٢})^{س}$

المدى ص > ٠

المجال ح

صورة الاقتران



العلاقة بين الاقتران الاسي واللوغاريتمي .

الصورة اللوغاريتمية	الصورة الأسيّة
لو$_{٥}$ ٢٥ = س	$٥^{س}$ = ٢٥

السؤال : (٥) قوة (ماذا) يعطينا (٢٥)

الجواب : قوة (٢)

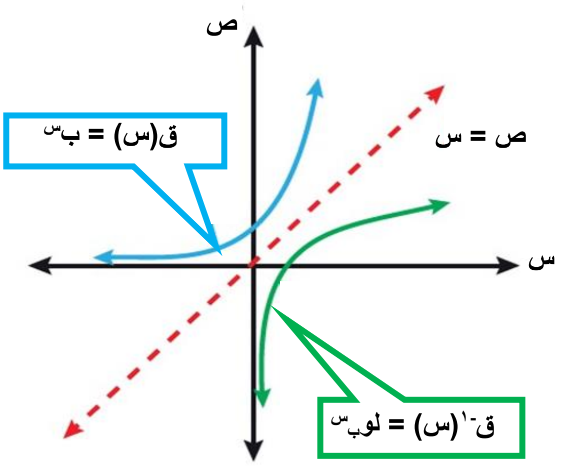
س = ٢ تساوي الاسس

$\cancel{٥}$ = $\cancel{٥}$ تساوي الاساس

(س = ٢)

معلومة

الاقتران اللوغاريتمي هو الاقتران العكسي [للاقتران الاسي] .



تدريب (١)

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية .

١) لو$_{٣}$ ٩ = س $٣^{٢}$ = ٩

٢) لو$_{٥}$ ٥ = ١

٣) لو$_{٢}$ $\frac{١}{٣٢}$ = -٥

٤) لو$_{٨}$ ١ = ٠

تدريب (٢)

✎ **اكتب كل معادلة أسية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية .**

١) $٢٥^{٢} = ٦٢٥$

٢) $٨١^{\frac{١}{٢}} = ٩$

٣) $١٩^{٠} = ١$

٤) $(١٠)^{-٤} = \frac{١}{١٠٠٠٠}$

معلومة هامة

اللوغاريتم الاعتيادي : **لو$_{١٠}$ س** (الأساس : ١٠)

يكتب بدون أساس : **لو س**

اللوغاريتم الطبيعي : **لو$_{هـ}$ س** (الأساس : هـ)

يكتب بصورة : لو$_{هـ}$ س

قوانين اللوغاريتمات

- إذا كانت (ص ، س ، ب) أعداد حقيقية موجبة
وكان (ع) عدد حقيقيًا , ب ≠ ١

لو$_{ب}$ س ص = لو$_{ب}$ س + لو$_{ب}$ ص

لو$_{ب}$ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = لو$_{ب}$ س - لو$_{ب}$ ص

لو$_{ب}$ س^{ع} = ع لو$_{ب}$ س

تغيير صيغة الأساس

- اذا كانت (س ، ب ، أ) أعداد حقيقية موجبة

ب ≠ ١ ، أ ≠ ١

لو$_{ب}$ س = $\frac{\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{س}}{\text{لو}_{\text{أ}}\,\text{ب}}$

مثال

لو$_{٤}$ ٢٥ = $\frac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ٤}}$ = $\frac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ٤}}$

لو$_{٦}$ ١٠ = $\frac{\text{لو ١٠}}{\text{لو ٦}}$ = $\frac{\text{لو ١}}{\text{لو ٦}}$

الاقتران المتشعّب

قاعدة   شرط

$$ق(س) = \begin{cases} ٥س + ٣ ، & س \leq ٢ \\ ٣س^{٢} ، & س \geq ٥ \end{cases}$$

المجال : قيم (س) المعرفة على الاقتران

$$(-\infty ، ٢] \cup [٥ ، +\infty)$$

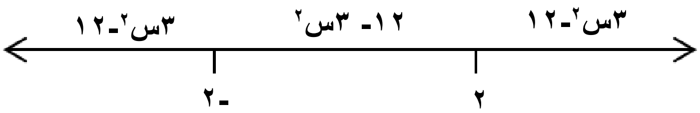
القواعد , الشروط

ق = (٠)

ق = (٧)

ق = (٣)

$$ق(س) = |٣س^{٢} - ١٢|$$



١) نساوي ما داخل المطلق بالصفر ونجد أصفار المعادلة :

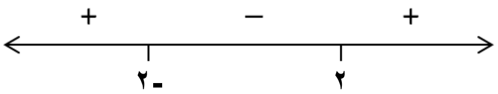
$$٣س^{٢} - ١٢ = ٠$$

$$٣(س^{٢} - ٤) = ٠$$

$$٣(س - ٢)(س + ٢) = ٠$$

س = ٢ ، س = -٢

٢) نضع الأصفار على خط الأعداد ونختبر الفترات لتحديد الاشارة



ملاحظة : تربيعي له جذران (نفس ، عكس ، نفس)

إشارة معامل $س^{٢}$

٣) في الفترات الموجبة نكتب المقدار كما هو وفي الفترات السالبة نعكس إشارات المقدار ويمكن تمثيلها على خط الأعداد وكذلك يمكن كتابتها على صورة اقتران متشعب

$$ق(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ١٢ ، & س \leq -٢ \\ ١٢ - ٣س^{٢} ، & -٢ \leq س \leq ٢ \\ ٣س^{٢} - ١٢ ، & س \geq ٢ \end{cases}$$

اقتران الجذر

❖ **الجذر الفردي :** مجاله جميع الأعداد الحقيقية (يقبل جميع الأعداد الموجبة والسالبة)

ق(س) = $\sqrt[٣]{\text{س - ٣}}$

المجال : (-∞ ، +∞)

❖ **الجذر الزوجي :** مجاله جميع الأعداد الحقيقية التي تجعل (المقدار المجذور) أكبر من أو يساوي صفرًا

ق(س) = $\sqrt{\text{٤ - س}^{٢}}$

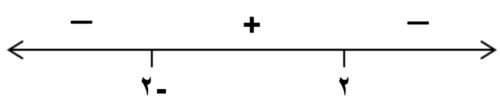
المجال : ٤ - س^{٢} ≥ ٠

✓ طريقة ايجاد المجال : نجد أصفار المقدار ثم نعوضها على خط الأعداد ونبحث في اشارات الفترات

٤ - س^{٢} = ٠

(٢ – س) (س + ٢) = ٠

س = +٢ ، س = -٢



المجال : [-٢ ، +٢]

الاقتران الكسري

مجال الاقتران الكسري : $\frac{\text{كثير حدود}}{\text{كثير حدود}}$

ح – {أصفار المقام}

١) ق(س) = $\frac{\text{٥س-٢}}{\text{س}^{٢}\text{+٤س+٤}}$

س٢ + ٤س + ٤ = ٠

(س + ٢) (س + ٢) = ٠

س = -٢

المجال : {س|س ≠ – ٢ }

٢) ق(س) = $\frac{\text{٧س}}{\text{٣س}^{٣}\text{-٢٧س}}$

٣س^{٣} -٢٧س = ٠

٣س (س^{٢} – ٩)

٣س (س – ٣) (س + ٣) = ٠

س = ٠ ، س = ٣ ، س = -٣

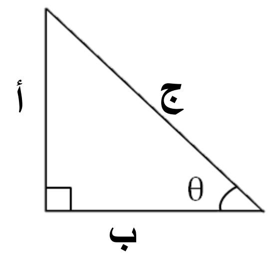
المجال :

{س| س ≠ ٠ ، س ≠ ٣ ، س ≠ –٣ }

النسب المثلثية

ما هي النسبة المثلثية (جتا θ، ظا θ، جاθ) ؟؟

في المثلث قائم الزاوية



- ✓ يسمى الضلع المقابل للزاوية : الضلع المقابل (أ)
- ✓ يسمى الضلع المجاور للزاوية : الضلع المجاور (ب)
- ✓ الضلع الأطول المقابل للزاوية ٩٠° : الوتر (ج)

$$\text{جا}\,\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ}}{\text{ج}}$$

$$\text{جتا}\,\theta = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$$

$$\text{ظا}\,\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}} = \frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$$

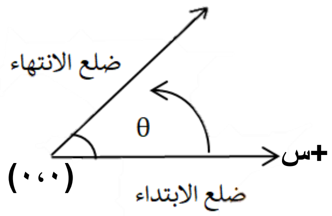
❖ عند قلب النسب الأساسية ينتج عندنا ثلاث نسب جديدة

$$\frac{١}{\text{جا}\,\theta} = \text{قتا}\,\theta$$

$$\frac{١}{\text{جتا}\,\theta} = \text{قا}\,\theta$$

$$\frac{١}{\text{ظا}\,\theta} = \text{ظتا}\,\theta$$

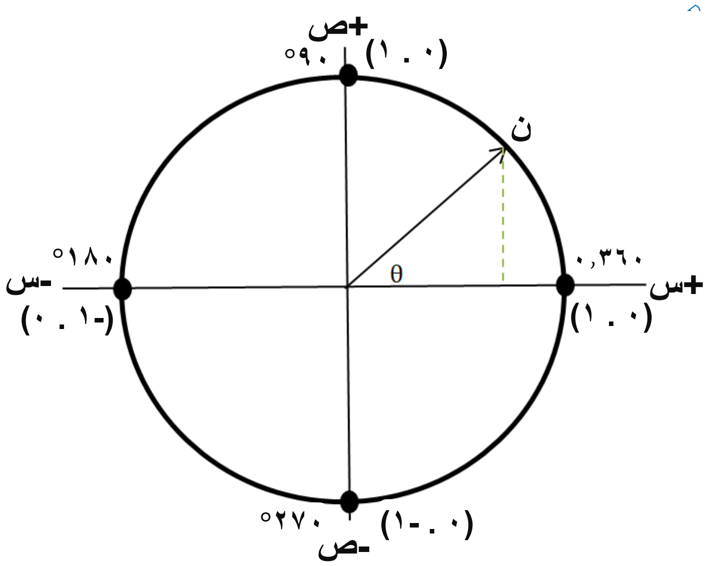
سؤال : ما هو الوضع القياسي للزاوية



رأس الزاوية (٠،٠)

ضلع الابتداء (محور +س)

سؤال : ما هي دائرة الوحدة



- دائرة , مركزها (٠,٠) ، طول نصف قطرها (نق =١)

- **ق :** نقطة تقع على دائرة الوحدة احداثياتها

(س ، ص)

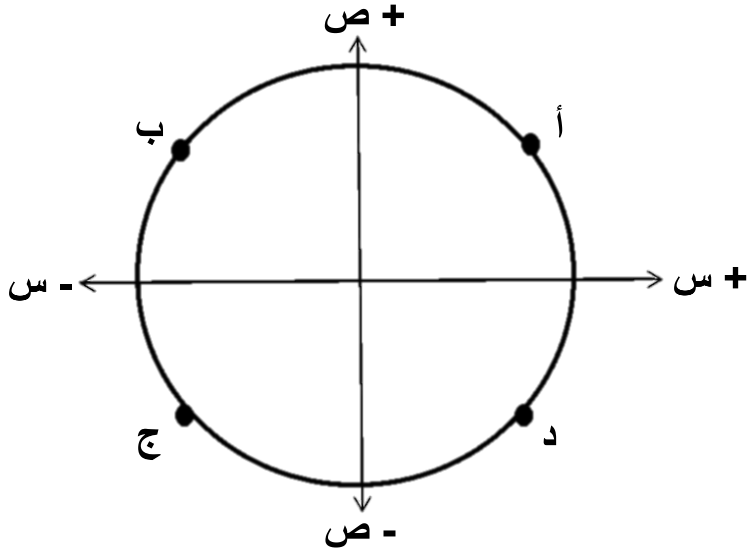
الضلع المقابل : ص	الضلع المجاور : س

جا θ = $\frac{\text{ص}}{١}$ [جا ص : الاحداثي ص]

جتا θ = $\frac{\text{س}}{١}$ [جتا س : الاحداث س]

نتيجة

الاحداثيات على دائرة الوحدة (جتا ، جا)
(س ص)



أ : (س ، ص) ⟸ ربع أول

(+ جتا ، + جا)

(+ ظا)

ب : (-س ، ص) ⟸ ربع ثاني

(- جتا ، + جا)

(- ظا)

ج : (-س ، -ص) ⟸ ربع ثالث

(- جتا ، - جا)

(+ ظا)

د : (س ، -ص) ⟸ ربع رابع

(+ جتا ، - جا)

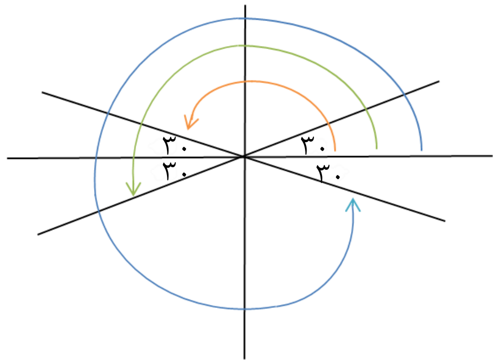
(- ظا)

الزوايا الربعية		
الزاوية	جتا	جا
٠ ، ٢π	١	٠
٩٠ ، $\frac{\pi}{٢}$	٠	١
١٨٠ ، π	١-	٠
٢٧٠ ، $\frac{٣\pi}{٢}$	٠	١-

الزوايا المرجعية (حفظ)				
راديان	ستيني	جتا	جا	**ظا**
$\frac{\pi}{٦}$	٣٠	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
$\frac{\pi}{٤}$	٤٥	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١
$\frac{\pi}{٣}$	٦٠	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$

❖ كل زاوية تبعد عن محور (س) ٣٠° لها نفس قيمة النسب المثلثية الثلاث للزاوية ٣٠°مع مراعاة اشارة الربع (وكذلك ٦٠° ، ٤٥°) .

مثال



الزوايا الأربع هي (٣٠ ، ١٥٠ ، ٢١٠ ، ٣٣٠)

$\frac{١}{٢}$ = |جا ٣٠| = |جا ١٥٠| = |جا ٢١٠| = |جا ٣٣٠|

-    -   +   +

$\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = |جا ٤٥| = |جا ١٣٥| = |جا ٢٢٥| = |جا ٣١٥|

+   -   +   -

✓ **الزوايا التي تبعد عن محور (س) ٣٠°**

نظام ستيني	٣٠°	١٥٠°	٢١٠°	٣٣٠°
الراديان	$\frac{\pi}{٦}$	$\frac{٥\pi}{٦}$	$\frac{٧\pi}{٦}$	$\frac{١١\pi}{٦}$

✓ **الزوايا التي تبعد عن محور (س) ٤٥°**

نظام ستيني	٤٥°	١٣٥°	٢٢٥°	٣١٥°
الراديان	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{٣\pi}{٤}$	$\frac{٥\pi}{٤}$	$\frac{٧\pi}{٤}$

✓ **الزوايا التي تبعد عن محور (س) ٦٠°**

نظام ستيني	٦٠°	١٢٠°	٢٤٠°	٣٠٠°
الراديان	$\frac{\pi}{٣}$	$\frac{٢\pi}{٣}$	$\frac{٤\pi}{٣}$	$\frac{٥\pi}{٣}$

كيفية تحويل من

ستيني ⟷ راديان

π ⟷ ١٨٠°

راديان ⟷ ستيني

مثال

حوّل قياس الزاوية ١٥٠° إلى نظام الراديان

π ⟷ ١٨٠°

س ⟷ ١٥٠°

بالضرب التبادلي

١٨٠س = ١٥٠π

$س = \frac{١٥٠\pi}{١٨٠}$

$س = \frac{٥\pi}{٦}$

للتواصل : 0599398270

سؤال : جد قيمة النسب المثلثية التالية

١) جا (٣٠٠) =

٢) جتا (١٣٥) =

٣) ظا (٣٣٠) =

٤) جا ($\frac{٢\pi}{٣}$) =

٥) جا ($\frac{٥\pi}{٤}$) =

٦) ظا ($\frac{١١\pi}{٦}$) =

❖ النسبة المثلثية :

مدخلاتها (زاوية) ومخرجاتها (نسبة)

مثال

جا (زاوية) = نسبة

جا (٣٠) = $\frac{١}{٢}$

جتا (٤٥) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

❖ النسبة المثلثية العكسية :

مدخلاتها (نسبة) ومخرجاتها (زاوية)

جا$^{-١}$ (نسبة) = زاوية

جا $^{-١}$ = $\frac{١}{٢}$

[ربع ثاني $\frac{٥\pi}{٦}$ ، ١٥٠] ، [ربع ثاني $\frac{\pi}{٦}$ ، ٣٠]

سؤال : جد الزوايا للنسب المثلثية العكسية التالية

١) جا $^{-١}$ ($\frac{١}{\sqrt{٢}}$) =

٢) جا $^{-١}$ ($\frac{-١}{\sqrt{٢}}$) =

٣) جتا $^{-١}$ ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$) =

٤) جتا $^{-١}$ ($\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$) =

٥) ظا $^{-١}$ (١) =

٦) ظا $^{-١}$ (-١) =

حل المعادلات المثلثية :-

١) ٣ (جا س + ٢) = ٣ – جا س

٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

٢) ٣ جتا (٢س) – ١ = ٠

٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

٣) ٤ جا س جتا س + ٣ ظا س = ٠

٠° ≤ س ≤ ١٨٠°

٤) ٢ جتا^{٢} س - ٣ جتا + ١ = ٠

٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°

مهارات التفكير العليا

١) جد نقاط تقاطع الاقتران

ق(س) = ٥ جا^{٢} ٣س - ٥

مع محور س ، ص ؟؟

٢) جد نقاط تقاطع الاقتران

ق(س) = ٧ جتا^{٣} س – ٣,٥ جتا س

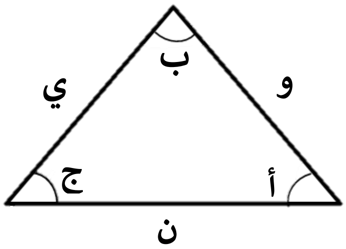
والمستقيم (س = ٠) ، (ص = ٠) ؟؟

قوانين و نظريات في الدائرة والنسب المثلثية

قانون الجيب (جا) .

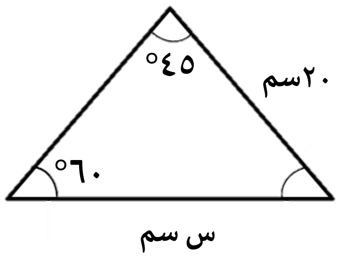
يستخدم لإيجاد زاوية مجهولة أو ضلع مجهول في حالتين للمثلث

- إذا عُلم قياس ضلع وزاويتان
- إذا عُلم قياس ضلعان وزاوية مقابلة لأحدهما



$$\frac{\text{ن}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{ي}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{و}}{\text{جا ج}}$$

سؤال : جد قيمة س في المثلث أ ب ج

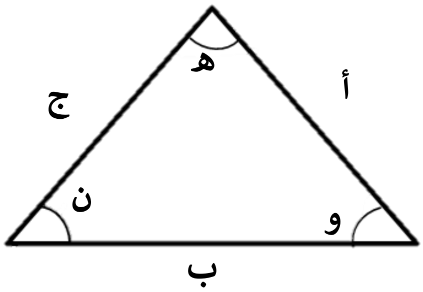


$$\frac{\text{س}}{\text{جا ٤٥}} = \frac{٢٠}{\text{جا ٦٠}}$$

$$\frac{\text{س}}{\frac{١}{\sqrt{٢}}} = \frac{٢٠}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}}$$

$$\text{س} = \frac{٤٠}{\sqrt{٣}} \quad ، \quad \sqrt{٢}\,\text{س} = \frac{٤٠}{\sqrt{٦}}$$

حساب مساحة المثلث باستخدام (جا)

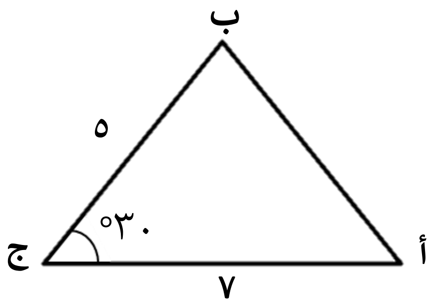


$$\text{م} = \frac{١}{٢}\,(\text{أ})\,(\text{ب})\,\text{جا و}$$

المساحة

الزاوية المحصورة بينهما

سؤال : جد مساحة المثلث بالوحدات المربعة



الحل :

$$\text{م} = \frac{١}{٢}\,(٥)\,(٧)\,\text{جا ٣٠}$$

$$\text{م} = \frac{٣٥}{٤}\ \text{وحدة مربعة}$$

نظرية فيثاغورس للنسب المثلثية

$$\text{جا}^{٢}\theta + \text{جتا}^{٢}\theta = ١$$

تستخدم عند إعطاء قيمة إحدى النسبتين للزاوية و تُطلب النسبة الأخرى لنفس الزاوية .

سؤال : اذا علمت أن جا $\theta = \frac{١}{٢}$ فجد قيمة النسبتين المثلثتين الاساسيتين الباقيتين

الحل :

١) نحدد الأرباع التي يكون فيها (٠ < جا)

- **الربع الأول (+جا ، +جتا ، +ظا)**
- **الربع الثاني (+جا ، - جتا ، - ظا)**

$$\text{جا}^{٢}\theta + \text{جتا}^{٢}\theta = ١$$

$$\left(\frac{١}{٥}\right)^{٢} = ١ - \frac{١}{٢٥}$$

$$\text{جتا}^{٢}\theta = \frac{٢٤}{٢٥}$$

$$\text{جتا}\,\theta = \pm\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$$

ربع أول + $\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$ ، ربع ثاني - $\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$

$$\text{ظا}\,\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{\pm\sqrt{٢٤}}{٥}}$$

$$\text{ظا}\,\theta = \frac{\pm ١}{\sqrt{٢٤}}$$

ربع أول + $\frac{١}{\sqrt{٢٤}}$ ، ربع ثاني - $\frac{١}{\sqrt{٢٤}}$

❖ الحالة (١)

$$\text{جا}\,\theta = \frac{١}{٥}$$

$$\text{جتا}\,\theta = \frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$$

$$\text{ظا}\,\theta = \frac{١}{\sqrt{٢٤}}$$

❖ الحالة (٢)

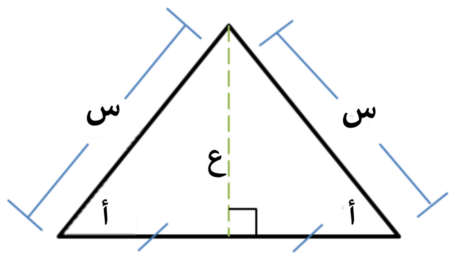
$$\text{جا}\,\theta = \frac{١}{٥}$$

$$\text{جتا}\,\theta = -\frac{\sqrt{٢٤}}{٥}$$

$$\text{ظا}\,\theta = -\frac{١}{\sqrt{٢٤}}$$

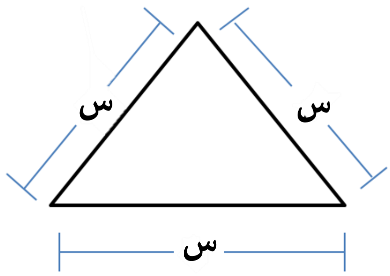
نظريات المثلثات (هام جدًا)

١) مثلث متطابق الضلعين



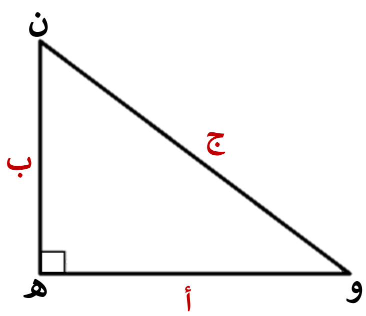
- ✓ زوايا القاعدة متساوية
- ✓ فيه ضلعان لهما نفس القياس
- ✓ العمود النازل من رأس المثلث إلى القاعدة ينصفها وينصف زاوية الرأس

٢) مثلث متطابق الأضلاع



- ✓ جميع أضلاعه متساوية في القياس
- ✓ قياس جميع زواياه ٦٠°
- ✓ العمود النازل من أي رأس من رؤوس المثلث إلى الى الضلع المقابل ينصفه

٣) مثلث قائم الزاوية

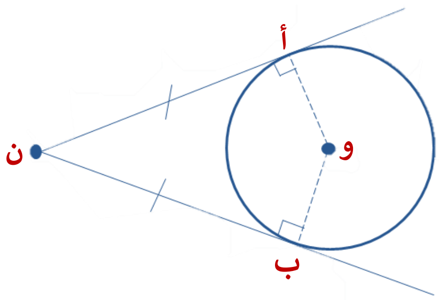


- ✓ فيه زاوية قياسها ٩٠° يقابلها (الوتر)
- ✓ فيه زاويتان حادّتان
- ✓ عند إعطاء طول ضلعين نستطيع إيجاد الضلع الثالث
- ✓ نستطيع إيجاد طول ضلع مجهول في المثلث في حال عُلم طول ضلعين باستخدام نظرية فيثاغورس

$$\text{ج}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}$$

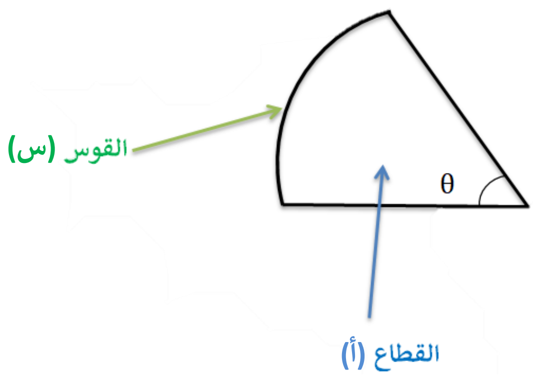
٤) مماسات الدائرة

- المماسان المرسومان للدائرة من نقطة خارجة لهما الطول نفسه
- مماس الدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس



$$\overline{\text{أ ن}} = \overline{\text{ب ن}}$$

٥) القطاعات والأقواس الدائرية



للتواصل : 0599398270

بعد الدراسة الجادّة لمادة التأسيس المنتقاة لتراجع

أهم المفاهيم السابقة

نبدأ معكم ....

في مادة الرياضيات الصف الثاني ثانوي الفرع العلمي

على منصة الأستاذ أنس خليفة